1 Analysis

1.1 Monotonie

- monoton wachsend: $x_1 < x_2; \quad f(x_1) \leq f(x_2) \quad f'(x) \geq 0 \quad [x_1; x_2]$
- streng monoton wachsend: $x_1 < x_2; \quad f(x_1) < f(x_2) \quad f'(x) > 0 \quad [x_1; x_2]$
- monoton fallend: $x_1 < x_2; \quad f(x_1) \geq f(x_2) \quad f'(x) \leq 0 \quad [x_1; x_2]$
- streng monoton fallend: $x_1 < x_2; \quad f(x_1) > f(x_2) \quad f'(x) < 0 \quad [x_1; x_2]$

1.2 globaler Verlauf

- Grad gerade: $x \to \infty; f(x) \to \infty \quad x \to -\infty; f(x) \to \infty$
- Grad ungerade: $x \to \infty; f(x) \to \infty \quad x \to -\infty; f(x) \to -\infty$

1.3 Symmetrien

- Sym. zur y-Achse: $f(-x) = f(x)$ alle Exponenten gerade
- Punktsym. zum Ursprung: $f(-x) = -f(x)$ alle Exponenten ungerade

1.4 Nullstellen

$f(x) = 0$ schneiden der x-Achse

1.5 Extremstellen

Hochpunkt:	$f'(x) = 0$	Nst. von f'	
	$f''(x) < 0$	VzW von f' von $+$ nach $-$	
Tiefpunkt:	$f'(x) = 0$	Nst. von f'	
	$f''(x) > 0$	VzW von f' von $-$ nach $+$	
Sattelpunkt:	$f'(x) = 0$	Nst. von f'	(= Wendepunkt mit waagerechter Tangente)
	$f''(x) = 0$	kein VzW von f'	
	$f'''(x) \neq 0$	kein VzW von f''	

1.6 Wendestellen

Extremstellen von f':

- $f''(x) = 0$
- $f'''(x) \neq 0$
  > 0 extrem fallend, < 0 extrem steigend

1.7 Anzahl *-Stellen

n	Nst	Est	Wst
gerade	0 bis n	1 bis $(n-1)$	0 bis $(n-2)$
ungerade	1 bis n	0 bis $(n-1)$	1 bis $(n-2)$

1.8 Extremwertaufgaben

1. Welche Größe soll max. bzw. min. werden?
2. Grundformel für ges. Größe
3. Bestimmen einer Formel für die ges. Größe mit nur einer Variablen mithilfe der Aufgaben
4. Bestimmen der ES der gefundenen Funktion
5. Antwortsatz

1.9 Funktionenscharen

- Menge aller Funktionen f_k: Funktionenschar
- Menge der zugehörigen Graphen: Kurvenschar

Funktionsuntersuchung abhängig von k: Ortskurven Bsp. $W(t|2t) \quad \Rightarrow \quad x = t \quad y = 2t = 2x \quad \Rightarrow \quad W(t|5) \to y = 5 \quad \Rightarrow \quad W(2|2x) \to x = 2$

1.10 Lineare Gleichungssysteme

Im GTR mit `rref()` lösen.

1.11 Regression

GTR: $\boxed{\texttt{STAT}}$ $\to$ `Calc` (ab 4.)

1.12 Ableiten

- Produktregel:
  $f(x) = u(x) \cdot v(x)$
  $f'(x) = u'v + uv'$
- Quotientenregel:
  $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$
  $f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
- Verkettung:
  $f(x) = (u \circ v)(x) = u(v(x))$
  $f'(x) = u'v \cdot v'$
- Spezielle Ableitungen:
  - $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$
    $f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
  - $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$
    $f'(x) = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$
  - $f(x) = \ln x$
    $f'(x) = \frac{1}{x}$

- $f(x) = b^x$ $\qquad f'(x) = \ln b \cdot b^x$

1.13 Tangenten

- $t : y = mx + c$
- Berührpunkt: $B(u|f(u))$
- Punkt außerhalb: $P(x|y)$
- $m = \frac{f(u)-y}{u-x}$ (Differenzenquotient) $= f'(u)$ (Differentialquotient)
- Gleichung: $t : y = f'(u) \cdot (x-u) + f(u)$

1.14 Normale

- $n : y = -\frac{1}{f'(u)} \cdot (x-u) + f(u)$
- $m_t \cdot m_n = -1 \Rightarrow m_n = -\frac{1}{m_t}$

1.15 Logarithmus

- $a^x = b \to x = \log_a(b) = \frac{\log(b)}{\log(a)}$
- $\log_a(a^x) = x$
- $\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$
- $\log_a(b^t) = t \cdot \log_a(b)$
- $a^{\log_a(b)} = b$
- $\log_a(\frac{b}{c}) = \log_a(b) - \log_a(c)$
- $\log_a 1 = 0$

1.16 e-Funktion

- $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x-1} + 2$
- $f'(x) = e^{2x-1}$
- $F(x) = \frac{1}{4}e^{2x-1} + 2x$

1. Stauchung mit Faktor $\frac{1}{2}$
2. Streckung mit Faktor 2
3. Verschiebung von 1 nach rechts (x-Richtung)
4. Verschiebung von 2 nach oben (y-Richtung)

- $\log_e(x) = \ln(x)$
- $\ln(e^x) = x \quad \to \quad \ln(e) = 1$
- $e^{\ln(x)} = x$
- $\ln(1) = 0$
- $e^x = a \quad \to \quad \ln(a) = x$
- $\ln(\frac{1}{a}) = -\ln(a)$

1.17 Wachstum

- linear: $f'(t) = k \quad f(t) = k \cdot t + c \quad c = f(0)$
- exponentiell: $f'(t) = k \cdot f(t) \quad f(t) = c \cdot e^{kt} \quad c = f(0) \quad b = e^{\ln(b)} = e^k \quad k = \ln(b) = \ln(1 + \frac{p}{100}) \quad T_H = \frac{\ln(2)}{k}$
- beschränkt: $f'(t) = k \cdot (S - f(t)) \quad f(t) = S - c \cdot e^{-kb} \quad c = S - f(0)$

1.18 Asymptoten

- senkrechte Asymptoten an Polstellen (Definitionslücken)
- waagerechte Asymptoten:
  1. Zählergrad $<$ Nenngrad: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$
  2. Zählergrad $=$ Nenngrad: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \frac{a_n}{b_m}$
  3. Zählergrad $>$ Nenngrad: keine Asymptote

1.19 Aufleiten

- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + 3\sin(2x - 2) + 4x^5 + 5$
  $F(x) = 2\sqrt{x} - 3\cos(2x - 2) \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3}x^6 + 5x$
  $F(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{2}\cos(2x - 2) + \frac{2}{3}x^6 + 5x$
- $f(x) = \sin(3x + 1)$
  $F(x) = -\frac{1}{3}\cos(3x + 1)$
- $f(x) = ax^n$
  $F(x) = \frac{a}{n+1}x^{n+1}$
- $f(x) = \frac{1}{x}$
  $F(x) = \ln x$
- $f(x) \ \ln x$
  $F(x) = x \cdot \ln x - x$

1.20 Integral

- $I_a(b) = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$
- Nst. berechnen für Fkt. über und unter x-Achse:
  $|\int_a^x f(x)\,\mathrm{d}x| + |\int_x^b f(x)\,\mathrm{d}x|$
- Schnittstellen für Fläche zw. zwei Fkt.
  $|\int_{x_1}^{x_2} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x|$

1.21 Mittelwert

$m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$

1.22 Rotationskörper

- $V = \pi \cdot \int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$ (um y-Achse: nach x umstellen, evtl. neue Schnittstellen berechnen)
- zw. 2 Fkt.: $V = \pi \cdot \int_a^b (f^2(x) - g^2(x))\,\mathrm{d}x$

1.23 trigonometrische Gleichungen

$f(x) = a \cdot \sin(b(x - c)) + d = a \cdot \sin(bx - bc) + d$

a: Steigung in y-Richtung (Amplitude)

b: Steigung in x-Richtung (Frequenz)

c: Verschiebung in x-Richtung

d: Verschiebung in y-Richtung