Pflichtteil

Aufgabe 1 (2P)

▶ Erste Ableitung von f bilden

$f'(x) = (-4x^2 + 4x - 10) \cdot e^{-2x}$

Aufgabe 2 (2P)

▶ Stammfunktion von f mit $F(\pi) = 7$ bestimmen

$F(x) = -2 \cdot \cos(2x) + 9$

Aufgabe 3 (2P)

▶ Gleichung lösen

Es folgt die Lösung $x = \frac{1}{2} \cdot \ln 2$.

Aufgabe 4 (4P)

▶ Fläche A, die von den Graphen der beiden Funktionen eingeschlossen wird, bestimmen.

Es folgt der Flächeninhalt $A = \frac{32}{3}$.

Aufgabe 5 (5P)

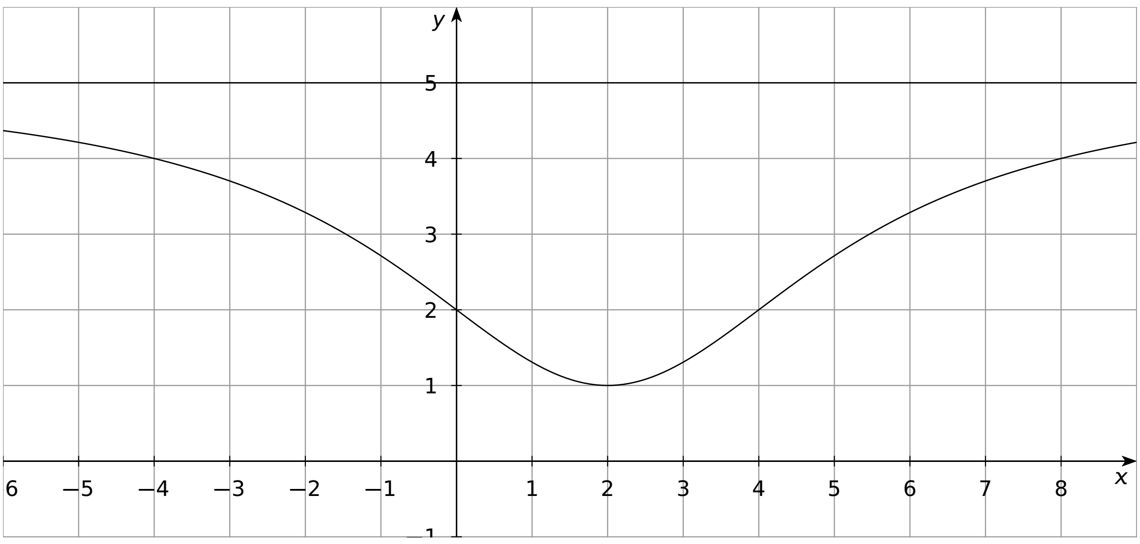
▶ Bedeutung der Eigenschaften für den Graphen beschreiben

(1) Der Graph enthält den Punkt $P(2 \mid 1)$.

(2) Der Graph hat in P eine waagerechte Tangente und eine mögliche Extremstelle.

(3) Der Graph hat an der Stelle $x = 4$ eine Wendestelle.

(4) Die Gerade mit der Gleichung $y = 5$ ist eine waagerechte Asymptote des Graphen.



Aufgabe 6 (4P)

▶ Schnittpunkt der Gerade mit der Ebene bestimmen

Es folgt der Schnittpunkt $S(3\,|-5\,|-3)$
S ist weiter entfernt von A als von B und liegt damit nicht zwischen ihnen.

Aufgabe 7 (4P)

▶ Parallelität der beiden Ebenen zeigen

Normalenvektor von E_2 : $\overrightarrow{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Spannvektoren von E_2 : $\overrightarrow{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{q} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{p} = 0 \quad \overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{q} = 0$
Die Spannvektoren von E_2 sind orthogonal zu dem Normalenvektor von E_1, also sind E_1 und E_2 parallel.

▶ Ebenengleichung von E_3 bestimmen

Es ergibt sich zum Beispiel die Gleichung $\overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + v \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ für E_3

Aufgabe 8 (4P)

a) **▶ Wahrscheinlichkeiten berechnen**

$P(A) = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{5}{18}$
$P(B) = \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{8} + \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{2}{9}$

b) **▶ Wahrscheinlichkeit berechnen**

X kann die Werte 1; 2; 3; 4; 5; 6 annehmen.
$P(X \leq 2) = \frac{4}{9} + \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{13}{18}$

Aufgabe 9 (3P)

▶ Antwort begründen

Nein, denn an jeder Wendestelle hat die zweite Ableitung der Funktion eine Nullstelle. Da die zweite Ableitung einer ganzrationalen Funktion den Grad 2 hat, kann diese maximal zwei Nullstellen besitzen und damit hat jeder Graph einer ganzrationalen Funktion vierten Grades maximal zwei Wendestellen.

Wahlteil Aufgabe A 1

Aufgabe A 1.1

a) ▶ **Stellen mit der steilsten Steigung berechnen** (6P)

Es ergeben sich die Stellen $x_1 = -\frac{\sqrt{246}}{6}$ und $x_2 = \frac{\sqrt{246}}{6}$ mit der steilsten Steigung. Also sind die Wände des Bergstollens ca. $2,61$ m rechts und links der Stollenmitte am steilsten.

▶ **Winkel berechnen**

Der Steigungswinkel der Wände beträgt an den steilsten Stellen $70,7^{\circ}$.

▶ **Volumen des Wassers berechnen**

Es befinden sich ca. 606 m^3 Wasser in dem Stollen.

b) ▶ **Abstand in 6 m Höhe bestimmen** (3P)

Hängt man die Lampe in der Mitte des Stollens in 6 m Höhe auf, beträgt der Abstand zu den Stollenwänden auf beiden Seiten $1,46$ m. Also kann der vorgegebene Abstand eingehalten werden.

c) ▶ **Breite des Würfels berechnen** (3P)

Es ergibt sich eine maximale Breite von $4,44m$.

Aufgabe A 1.2 (3P)

▶ **Wert von t berechnen für den f_t mehr als nur eine Nullstelle hat**

f_t besitzt für alle positiven $t \neq$ e mehr als nur eine Nullstelle.

Wahlteil Aufgabe A 2

Aufgabe A 2.1

Ein zunächst leerer Wassertank einer Gärtnerei wird von Regenwasser gespeist.
Nach Beginn eines Regens wird die momentane Zuflussrate des Wassers durch die Funktion r mit
$r(t) = 10.000 \cdot (e^{-0,5 \cdot t} - e^{-t}); \quad 0 \leq t \leq 12$
beschrieben (t in Stunden seit Regenbeginn, $r(t)$ in Liter pro Stunde).

a) ▶ **Maximale momentane Zuflussrate bestimmen** (4P)

Die maximale momentane Zuflussrate beträgt $2.500\,\ell$ pro Stunde.

▶ **Zeitraum bestimmen, in dem die momentane Zuflussrate größer als $2.000\,\ell$ pro Stunde ist**

Die Zuflussrate ist von etwa 39 Minuten ($t = 0,647$) bis ungefähr 2 Stunden und 34 Minuten ($t = 2,572$) nach Regenbeginn größer als $2.000\,\ell$ pro Stunde.

▶ **Zeitpunkt berechnen, zu dem die Zuflussrate am stärksten abnimmt**

Die momentane Zuflussrate nimmt ca. 2 Stunden und 46 Minuten ($t = 2,0773$) nach Regenbeginn am stärksten ab.

b) ▶ **Volumen des Wassers berechnen**

Drei Stunden nach Regenbeginn befinden sich ca. $6.035,3\,\ell$ Wasser im Tank.

▶ **Zeitpunkt berechnen, zu dem sich $5.000\,\ell$ Wasser im Tank befinden**

Ungefähr 2 Stunden und 27 Minuten ($t = 2,456$)nach Regenbeginn befinden sich $5.000\,\ell$ Wasser im Tank.

c) ▶ **Volumen des Wassers berechnen**

In den ersten zwölf Stunden nach Regenbeginn werden $3.600\,\ell$ Wasser entnommen.

▶ **Zeitpunkt berechnen, ab dem die Wassermenge im Tank abnimmt**

Ungefähr 6 Stunden und 21 Minuten ($t = 6,352$) nach Regenbeginn beginnt die Wassermenge im Tank abzunehmen.

▶ **Maximale Wassermenge im Tank bestimmen**

Die maximale Wassermenge im Tank beträgt $7.842\,\ell$.

Aufgabe A 2.2

▶ **Flächeninhalt berechnen**

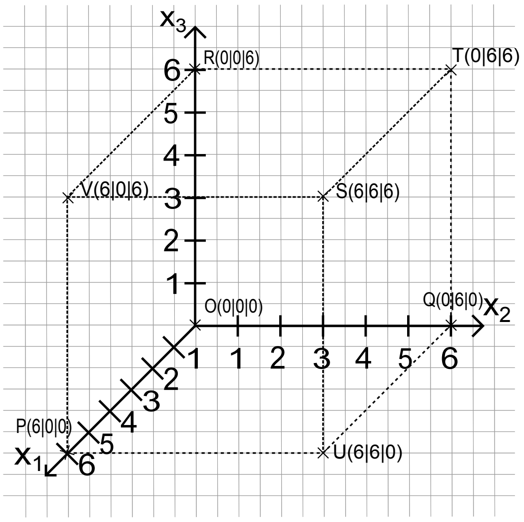
Der Flächeninhalt A beträgt exakt $\frac{2}{\pi}$ Flächeneinheiten.

▶ **Funktionsgleichung aufstellen**

Eine mögliche Funktionsgleichung von g lautet $g(x) = -\frac{6}{\pi} \cdot x^2 + \frac{6}{\pi} \cdot x$.

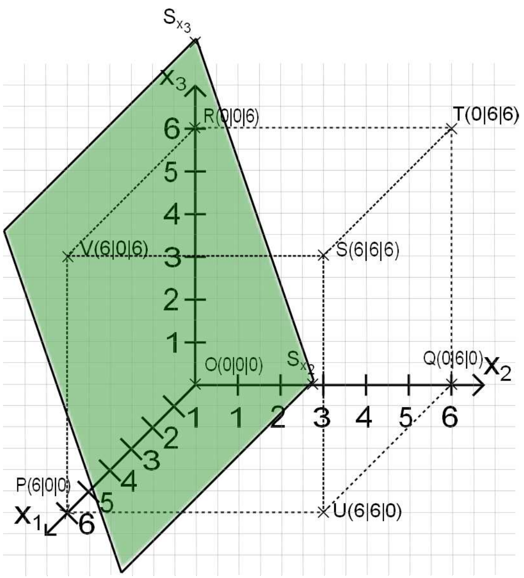
Wahlteil Aufgabe B 1

a) ► **Würfel in einem Koordinatensystem darstellen** (5P)



► **Ebene im Koordinatensystem darstellen**

Es ergeben sich die Spurpunkte $S_{x_2}\left(0 \mid \frac{8}{3} \mid 0\right)$ und $S_{x_3}\,(0 \mid 0 \mid 8)$. Außerdem verläuft die Ebene parallel zur x_1-Achse.



► **Winkel berechnen**

Der Schnittwinkel α beträgt $71,6°$.

► **Abstand von E zur x_1-Achse bestimmen**

Der Abstand zwischen der Ebene E und der x_1-Achse beträgt etwa $2,53$.

b) Die Ebene E gehört zu einer Ebenenschar. Diese Schar ist gegeben durch
$E_a : 3x_2 + x_3 = a \qquad a \in \mathbb{R}$.

► **Lage der Ebenen zueinander untersuchen** (6P)

Die Ebenen der Ebenenschar E_a sind parallel zueinander.

▶ Werte von a berechnen, für die $S(6\,|\,6\,|\,6)$ von E_a den Abstand $\sqrt{10}$ hat

Für $a_1 = 14$ und $a_2 = 34$ beträgt der Abstand des Punktes $S(6\,|\,6\,|\,6)$ von der Ebene E_a $\sqrt{10}$.

▶ Werte von a berechnen, für die die Ebene E_a gemeinsame Punkte mit dem Würfel hat

Die Ebene E_a hat für $0 \leq a \leq 24$ gemeinsame Punkte mit dem Würfel.

Aufgabe B 1.2 (4P)

▶ Wahrscheinlichkeit berechnen

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter drei Losen mindestens zwei Gewinnlose sind, beträgt $2,8\,\%$.

▶ Mindestanzahl der Lose berechnen

Es müssen mindestens 17 Lose gekauft werden, damit die Wahrscheinlichkeit für mindestens 2 Gewinnlose mindestens $50\,\%$ beträgt.

Wahlteil Aufgabe B 2

a) ▶ **Ebenengleichung bestimmen** (6P)

Eine Gleichung der Ebene S in Koordinatenform lautet: $S:\ 2\cdot x_1 - 1\cdot x_2 + 2\cdot x_3 = 24$.

▶ **Zeigen, dass das Segeltuch die Form eines gleichschenkligen Dreiecks hat**

$\left|\overrightarrow{M_1M_2}\right| = 4\cdot\sqrt{2}$, $\left|\overrightarrow{FM_1}\right| = 4\cdot\sqrt{5}$, $\left|\overrightarrow{FM_2}\right| = 4\cdot\sqrt{5}$

Du siehst, dass die beiden Seiten $\overline{FM_1}$ und $\overline{FM_2}$ die gleiche Länge besitzen. Somit handelt es sich um ein gleichschenkliges Dreieck.

Das Segeltuch hat die Form eines gleichschenkligen Dreiecks.

▶ **Flächeninhalt des Segeltuchs berechnen**

Der Flächeninhalt des Segeltuchs beträgt $24\,\mathrm{m}^2$.

▶ **Abstand zwischen dem Segeltuch und *E* berechnen**

Das Segeltuch ist $\frac{8}{3}$ Meter von der Ecke E entfernt.

b) ▶ **Schnittpunkt der Stange mit dem Segeltuch berechnen** (3P)

Der obere Eckpunkt der Stange liegt also im Punkt $S_o\left(\frac{20}{3}\mid\frac{4}{3}\mid 6\right)$ und der untere Eckpunkt im Punkt $S_u\left(\frac{20}{3}\mid\frac{4}{3}\mid 0\right)$.

a) ▶ **Fairness des Spiels nachweisen** (3P)

Gewinn	2,00 €	0,85 €	0,20€
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$

Zu erwartender Gewinn:

$E = 2\cdot\frac{1}{36} + 0,85\cdot\frac{1}{9} + 0,2\cdot\frac{1}{4} = 0,2$

Du erkennst, dass der zu erwartende Gewinn genau 20 ct beträgt. Dies stimmt mit dem Einsatz des Spielers überein.

Demnach ist das Spiel fair.

▶ **Neuen Auszahlungsbetrag berechnen**

Der Auszahlungsbetrag für „Diamant-Diamant “muss auf 0, 40 € geändert werden, damit der Veranstalter auf lange Sicht 5 cent Gewinn pro Spiel macht.

b) ▶ **Entscheidungsregel formulieren** (3P)

Wenn **höchstens 7** Mal die Kombination „Stern - Stern“ auftritt, so wird die Nullhypothese verworfen, ansonsten wird sie nicht abgelehnt.