Pflichtteil

Aufgabe 1 (2VP)

$$f'(x) = \frac{-12x}{(2x^2-3)^2}$$

Aufgabe 2 (2VP)

Gleichung der Stammfunktion: $G(x) = 2x + \frac{3}{4}\cos(4x) + \frac{1}{4}$

Aufgabe 3 (3VP)

Die Lösungsmenge beträgt: $\mathbb{L} = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$.

Aufgabe 4 (4VP)

$h(x) = x^2 + 2x - 3$

Aufgabe 5 (5VP)

a) Schaubild 2: f; Schaubild 3: g; Schaubild 4: h

b) $a = 1$; $b = 2$

Aufgabe 6 (4VP)

Der Abstand beträgt 5 LE.

Aufgabe 7 (3VP)

Setzt man die Ebene mit der Geraden gleich und erhält keine Lösung, dann sind beide parallel. Dies ist der Fall.

Aufgabe 8 (3VP)

Normalenvektoren als Vielfache:

Wenn ja, dann sind die Ebenen parallel oder identisch;

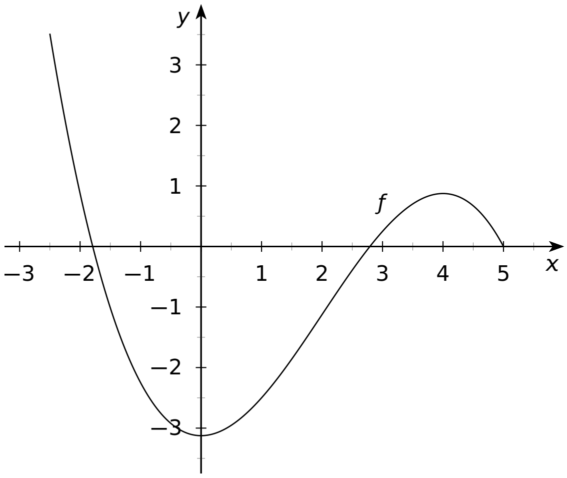
Wenn nein, dann schneiden sie sich.

Die Ebenen sind dann identisch wenn zusätzlich der Ortspunkt der einen Ebenen in der anderen liegt.

Wahlteil I

Aufgabe I 1.1

a) Die Ostseite ist bei $x = 2$ (im Wendepunkt) am steilsten, die Westseite ist an der Stelle $x \approx -0,828$ genauso steil. (8VP)
Die Oberkante der Staumauer hat eine Länge von ca. $458,2$ m.
Die zu versiegelnde Fläche besitzt einen Flächeninhalt von etwa 90.200 m^2.



b) Wenn das Sonnenlicht den tiefsten Punkt erreichen soll, muss das Gerüst 50 m hoch werden. Soll es das ganze Tal beleuchten, muss es 100 m hoch werden. (6VP)

Aufgabe I 1.2

Wegen $g'(x) = g^{(1)}(x)$ ist der Induktionsanfang gesichert. (4VP)

Weiterhin gilt für ein beliebiges $k \geq 1$ und seine Folgezahl $k+1$ die Beziehung $\left[g^{(k)}(x)\right]' = g^{(k+1)}(x)$, somit gilt die Aussage auch für jedes beliebige $n \geq 1$.

Aufgabe I 2

a) Die minimale Außentemperatur wird um 2.30 Uhr erreicht, die maximale Außentemperatur um 14.30 Uhr. (5VP)

Etwa 13 Stunden lang beträgt die Außentemperatur maximal 22°C.

Um 8.30 Uhr ist der Temperaturanstieg am größten.

Die durchschnittliche Außentemperatur zwischen 6 und 18 Uhr betrug etwa 25°C.

b) $g(x) = 3 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{12}(x-12)\right] + 18$ (7VP)

Das Schaubild K_g entsteht aus der Sinuskurve durch Streckung in y-Richtung mit dem Faktor 3, Streckung in x-Richtung mit dem Faktor $\frac{12}{\pi}$, Verschiebung in y-Richtung um 18 Einheiten nach oben und Verschiebung in x-Richtung um 12 Einheiten nach rechts.

Die Verschiebung könnte wegen der Isolation des Hauses zustande kommen.

Um 13 : 06 Uhr ist der Unterschied zwischen Außen- und Innentemperatur maximal.

c) Mit den gegebenen Bedingungen $f(24) = h(24)$ und $f'(24) = h'(24)$ ergibt sich $a \approx 0,32$ und $b \approx 14,90$. (6VP)

Die mittlere Außentemperatur beträgt mit h:

$$\overline{T} = \frac{1}{24} \cdot \underbrace{\int_{24}^{48} \left(10 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{12}(x-8,5)\right]\right) dx}_{=0} + \frac{1}{24} \cdot \int_{24}^{48} (ax+b)\, dx$$

Da das erste Integral Null ergibt, wirkt sich nur das zweite auf die mittlere Temperatur aus. Somit wird diese nur durch den Term $ax+b$ bestimmt.

Aufgabe I 3.1

a) Nach etwa $69,31$, also knapp 70 Minuten ist der Behälter zur Hälfte gefüllt. (6VP)

Die Ableitung $f'(t) = 8e^{-0,01t}$ von f ist stets positiv, daher nimmt die Flüssigkeitsmenge $f(t)$ stets zu.

Die mittlere Flüssigkeitsmenge während der ersten Stunde beträgt etwa 398 Liter.

Da $f(t) \to 1000$ für $t \to \infty$ gilt, wird die Sicherheitsvorschrift zu jeder Zeit eingehalten.

b) Mit dem Aufgabentext ergeben sich die beiden Werte $a = 10$ und $b = 0,01$, somit $B'(t) = 10 - 0,01 \cdot B(t)$. (3VP)

Wird der Funktionsterm der Funktion f in diese Differenzialgleichung eingesetzt, entsteht eine wahre Aussage. Somit erfüllt f diese Gleichung.

c) Ein Funktionsterm für B ist $B(t) = 600 - 400 \cdot e^{-0,02t}$. (5VP)

Nach einer Stunde ist eine Flüssigkeitsmenge von etwa $440,5$ Litern abgeflossen.

Aufgabe I 3.2

Wegen der Schranke ist $a_n \leq 50$. Die Gleichung $a_{n+1} \geq a_n$ bzw. $a_{n+1} - a_n \geq 0$ ist damit für jedes n erfüllt und die Folge monoton wachsend. (4VP)

Da die Folge monoton und beschränkt ist, ist sie auch konvergent.

Der exakte Grenzwert von (a_n) ist $g = 50$ und entspricht somit der oberen Schranke.

Wahlteil II

Aufgabe II 1

a) Eine Koordinatengleichung ist E: $5x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 80$. (6VP)

Der Winkel zwischen den beiden Grundflächen beträgt $\alpha \approx 60,5^\circ$.

Die Höhe der Pyramide liegt nicht auf der Diagonalen PS, da diese nicht senkrecht zur Grundfläche der Pyramide verläuft.

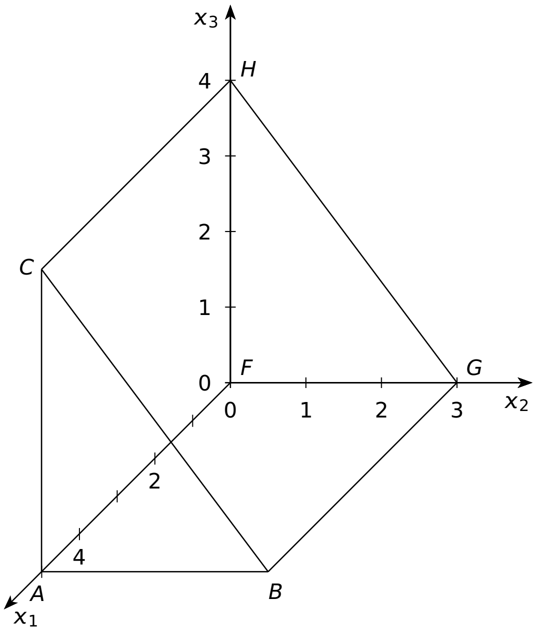
b) Das Pyramidenvolumen füllt mit 80 VE genau 8% des Würfelvolumens aus. (5VP)

c) Mit $b = 4$ hat der Quader ein Volumen von $\dfrac{400}{3}$ VE. (5VP)

Wenn b variabel ist und $0 < b < 6$ gilt, nimmt das Volumen $V(b) = 100b - \frac{50}{3}b^2$ Werte mit $0 < V(b) \leq 150$ an.

Aufgabe II 2.1

a) **Schaubild** (6VP)



(6VP)

Eine Koordinatengleichung der Ebene ist E: $4x_2 + 3x_3 = 12$.

Der Schnittwinkel α hat ein Gradmaß von $\alpha \approx 53,1^\circ$.

Der Punkt A ist von der Geraden CG etwa 3,3 LE entfernt.

b) Der Punkt $M(0 \mid 0,5 \mid 0,5)$ hat von den Seitenflächen $ABGF$ und $AFHC$ den Abstand $d = 0,5$, von der Seitenfläche $BGHC$ den Abstand $1,7$. Somit berührt er nicht alle Seitenflächen. (6VP)

Wenn der Zyliner einen Radius von $r = 1$ hat, berührt er alle drei Seitenflächen.

Aufgabe II 2.2

(4VP)

Der Diagonalenschnittpunkt S teilt die Diagonalen im Verhältnis 2 : 5.