Pflichtteil

Aufgabe 1 (2VP)

Ableitung bilden

$f'(x) = 2\,(1+\sin(x))\cdot\cos(x)$

Aufgabe 2 (2VP)

Integral berechnen

$$\int_0^{\ln(2)} \mathrm{e}^{2x}dx = \frac{3}{2}$$

Aufgabe 3 (3VP)

Gleichung lösen

$\mathbb{L} = \{\ln 5\}$

Aufgabe 4 (4VP)

a) **Punkte mit waagrechter Tangente bestimmen**

$S\,(0\,|\,0)$, $T\,(-2\,|\,-4)$

b) **Normalengleichung ermitteln**

$$n: y = -\frac{4}{3}x + \frac{11}{6}$$

Aufgabe 5 (5VP)

a) **Aussage über Monotonie**

Für $x \leq 3$ ist f monoton steigend.

Für $x > 3$ ist die Funktion streng monoton fallend.

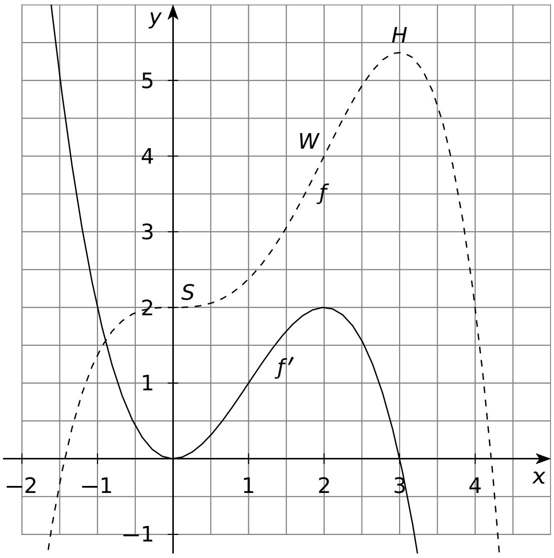
Aussage über Extremstellen

An der Stelle $x = 3$ liegt eine Extremstelle vor.

Aussage über Wendestellen

An den Stellen $x = 0$ und $x = 2$ liegen bei f Wendestellen vor.

b) **Skizze von f**



Aufgabe 6 (3VP)

LGS lösen

$\mathbb{L} = \{4-s; 5-s; s\}$

Lösungsmenge geometrisch interpretieren

Jede Zeile (Gleichung) des LGS entspricht einer Ebenengleichung.

Die Lösungsmenge gibt gemeinsame Punkte an. In diesem Fall entspricht das der Schnittgeraden mit der Gleichung

$$g: \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 7 (4VP)

Parallelität zeigen

Der Normalenvektor der einen Ebene liegt senkrecht zu beiden Richtungsvektoren der anderen Ebene.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 2\cdot 1 + 2\cdot 0 + (-1)\cdot 2 = 0$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 2\cdot(-1) + 2\cdot 1 + (-1)\cdot(-1) = 0$$

Abstand bestimmen

Der Abstand beträgt $d = \frac{4}{3} LE$.

Aufgabe 8

(3VP)

Mittelpunkt bestimmen

Die zur Ebene senkrecht durch den Punkt S verlaufende Gerade schneidet die Ebene im Mittelpunkt M des Grundkreises.

Diese Gerade besitzt als Richtungsvektor den Normalenvektor der Ebene.

Nullstellen bestimmen

Der Radius entspricht dem Abstand des Punktes M zu P. Dieser Abstand wird über den Betrag des Verbindungsvektors berechnet ($r = \left|\overrightarrow{MP}\right|$).

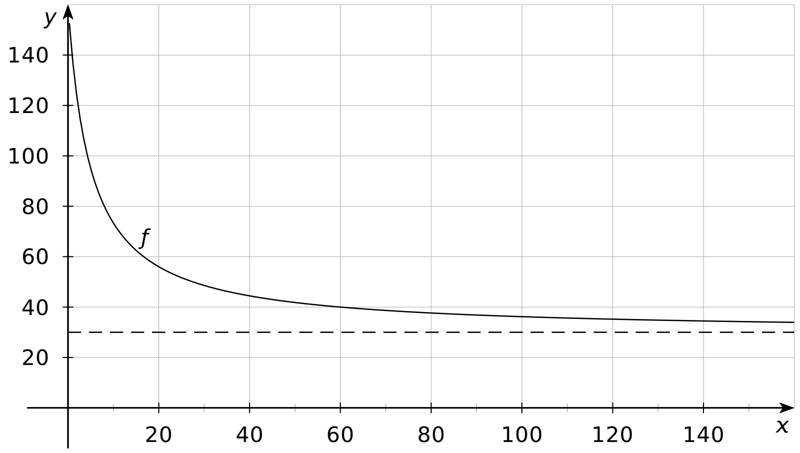
Wahlteil I

Aufgabe I 1

a) Es gilt $a = 30$ und $b = 800$, damit ergibt sich die Funktionsgleichung (7VP)

$$f(x) = \frac{30x + 800}{x + 5}.$$

Wegen $f'(x) < 0$ für alle $x \geq 0$ ist f streng monoton fallend, die Herstellungskosten nehmen somit ab.



Ab der 61. Produktionseinheit sind die Herstellungskosten kleiner als 400.000 EUR.

Langfristig ist mit Herstellungskosten von 300.000 EUR zu rechnen.

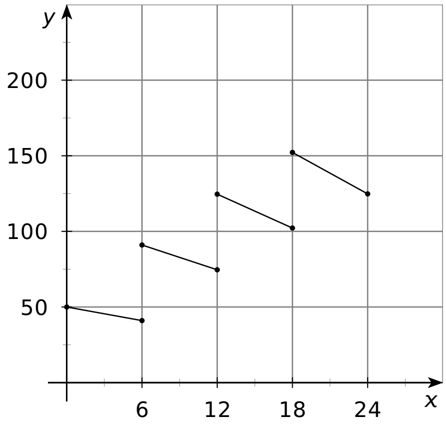
b) Ab der 21. Produktionseinheit unterscheiden sich zwei aufeinander folgende Produktionseinheiten um weniger als 10.000 EUR in ihren Herstellungskosten. (5VP)

Der Verkaufspreis einer Packung muss ca. $48,30$ EUR betragen (Abweichungen im Ergebnis möglich!).

c) Eine rekursive Bildungsvorschrift wäre beispielsweise $u_n = 0,82 \cdot u_{n-1} + 50$ mit $u_0 = 0$. (6VP)

Nach der 5. Spritze befinden sich etwa 175 mg Wirkstoff im Blut.

Langfristig wird die Wirkstoffmenge zwischen 228 mg und 278 mg schwanken.

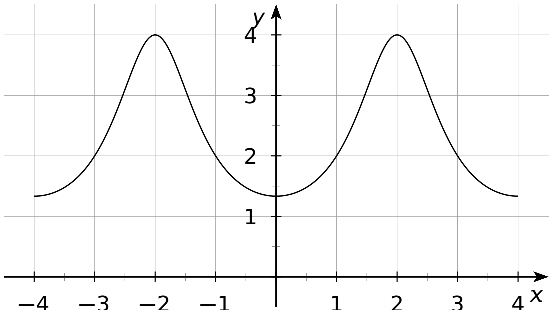


Aufgabe I 2

a) Der Term $\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ kann nur Werte zwischen -1 und 1 annehmen, somit wird der Nenner nie negativ und die maximale Definitionsmenge ist $\mathbb{R}$. (7VP)

Wertemenge: $W_f = \left[\frac{4}{3}; 4\right]$.

f hat die Periode $p = 4$.



K hat die Hochpunkte $H_k(2+4k \mid 2)$ und die Tiefpunkte $T_k\left(4k \mid \frac{4}{3}\right)$ mit $k \in \mathbb{Z}$.

b) Die Näherungsfunktion hat die Gleichung $g(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}$. (6VP)

An den Stellen $x_1 \approx -1,709$ und $x_2 \approx 1,709$ ist die Abweichung mit $d \approx 0,347$ am stärksten.

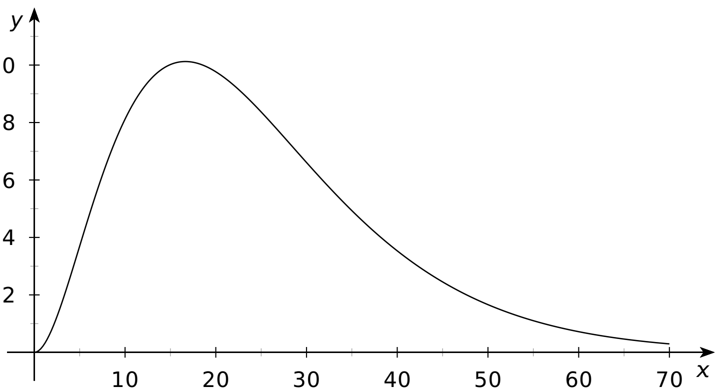
Die mittlere Abweichung beträgt etwa $0,103$.

c) Der Rotationskörper hat ein Volumen von etwa $22,34$ VE. (5VP)

Das gespiegelte Schaubild hat die Gleichung $f^*(x) = \frac{8}{3} - \frac{4}{2+\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$.

Aufgabe I 3

a) Gegen 19.17 Uhr ist die Ankunftsrate mit etwa 10 Personen pro Minute maximal. (5VP)
Ab 19.43 Uhr kommen weniger als 3 Personen pro Minute zum Kino.



b) Die Funktion g beschreibt die Anzahl der ankommenden Personen, da $g'(x) = f(x)$ und $g(0) = f(0) = 0$ gilt. (4VP)

Es kommen maximal ca. 312 Personen zum Kino.

c) Eine Person, die um 19.20 Uhr kommt, muss mit einer Wartezeit von etwa $22,3$ Minuten rechnen. (6VP)

Um ca. 19.32 Uhr ist die Anzahl der wartenden Personen mit etwa 158 Personen am größten (Die Anzahl der Wartenden wird dabei durch $h(x) = g(x) - 6(x-20)$ beschrieben).

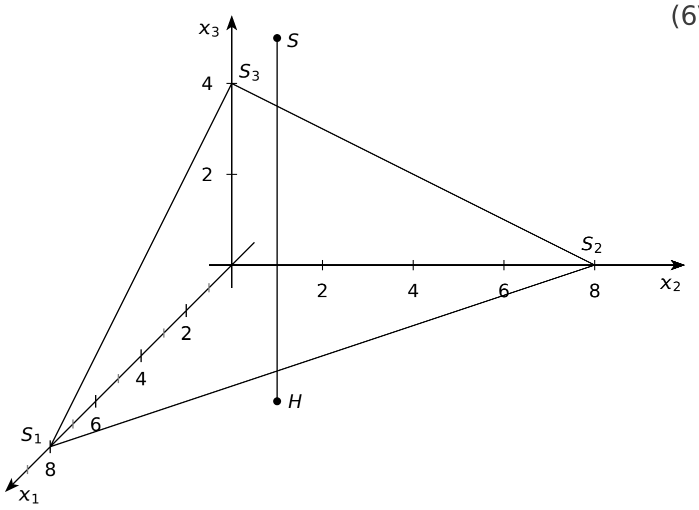
Um etwa 20.12 Uhr hat sich die Warteschlange aufgelöst.

d) Wenn die Warteschlange um 20.30 Uhr abgebaut werden soll, müssen nun pro Minute etwa 8 Personen abgefertigt werden. (3VP)

Wahlteil II

Aufgabe I 1.1

a) Der Neigungswinkel hat ein Gradmaß von etwa $35,26^\circ$. Der Verankerungspunkt hat die Koordinaten $V\left(\frac{13}{3} \mid \frac{7}{3} \mid \frac{2}{3}\right)$. Das Stahlseil hat eine Länge von etwa $40,8$ m. (6VP)



b) Ein möglicher Weg ist im ausführlichen Lösungsvorschlag beschrieben. (3VP)

c) Der Sendemast ist in einer Höhe von etwa $33,3$ m abgeknickt. (3VP)

Aufgabe I 2.2

Wegen $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ} = 0$ sind die Seiten orthogonal; Wegen $|\overrightarrow{MP}| = |\overrightarrow{MQ}|$ sind sie auch gleich lang. (4VP)

Aufgabe II 2

a) Die Kanten AB und GH besitzen einen Abstand von etwa $6,4$ LE. (5VP)

Die Gleichung der Geraden durch E und H erfüllt für jedes t die Ebenengleichung und liegt somit in allen Ebenen der Schar.

Bei geschlossener Kiste liegt der Deckel in E_0.

Wenn der Deckel um 90° gedreht ist, liegt er in keiner Ebene E_t.

b) P hat die Koordinaten $P(0,3 \mid 0 \mid 4,6)$. (3VP)

c) Wenn der Deckel in E_2 liegt, beträgt der Öffnungswinkel etwa $63,4^\circ$. (4VP)

Wenn der Öffnungswinkel des Deckels 60° beträgt, liegt der Deckel in $E_{\sqrt{3}}$.

Allgemein gilt: Ist der Deckel um α° geöffnet, liegt er in der Ebene E_t mit

$$t = \sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1} = \tan\alpha.$$

d) Der maximale Öffnungswinkel beträgt etwa $21,2^\circ$. (4VP)